

VERONICA YUMI KATAOKA, ANDERSON CASTRO SOARES DE OLIVEIRA,
ADEMÁRIA APARECIDA DE SOUZA, ADRIANO RODRIGUES, MARCELO SILVA DE OLIVEIRA

A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II EM LAVRAS, MINAS GERAIS, BRASIL: AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO

2ND GRADE PRIMARY SCHOOL STATISTICS EDUCATION
IN LAVRAS, MINAS GERAIS, BRAZIL: EVALUATION AND INTERVENTION

RESUMEN

En la 1ª etapa de este trabajo, se realizó una evaluación de la enseñanza de la Estadística en el segundo grado de primaria, por medio de entrevistas, con 21 profesores de Matemáticas de escuelas de Lavras, MG. La mayoría de los profesores había cursado la disciplina de Estadística en su proceso formativo. A pesar de este hecho, cuando abordan conceptos estadísticos, lo hacen de un modo estrictamente descriptivo, con exceso de formalización y sin contextualizar. En la 2ª etapa se impartieron 3 sesiones pedagógicas, con el objetivo de discutir con los profesores varios conceptos estadísticos y probabilísticos por medio de la aplicación de secuencias de enseñanza. Al final, se percibió una maduración y adecuación del razonamiento estadístico en los profesores; pero se constató la necesidad de planear más cursos y talleres sobre conceptos básicos de Estadística para profesores, con la intención de promover la alfabetización estadística de los alumnos.

ABSTRACT

During the 1st stage of this paper, an evaluation was carried out of the teaching of statistics in second grade primary school by means of interviews with 21 mathematics teachers in schools in Lavras, MG. Most of the teachers had studied the discipline of statistics during their training. Despite this fact, when dealing with statistical concepts, they do so in a strictly descriptive way, with excessive formality and no context. During the 2nd stage, 3 pedagogical sessions were provided in order to discuss various statistical and probability concepts with teachers by applying teaching sequences. By the end, a maturing and adaptation of statistical reasoning was observed in the teachers but the need to plan more courses and workshops in relation to basic statistical concepts was confirmed in order to promote statistical literacy in students.

PALABRAS CLAVE:

- *Enseñanza Básica II*
- *Alfabetización Estadística*
- *Profesores de Matemáticas*
- *Razonamiento Estadístico*
- *Educación Estadística*

KEY WORDS:

- *Basic Teaching II*
- *Statistical Literacy*
- *Mathematics Teachers*
- *Statistical Reasoning*
- *Statistical Education*



RESUMO

Na 1ª etapa deste trabalho foi realizada uma avaliação do ensino de Estatística no fundamental II, por meio da aplicação de um questionário a 21 professores de matemática de escolas em Lavras, MG. A maioria dos professores havia cursado a disciplina de Estatística no seu processo de formação. Apesar desse fato, quando abordam conceitos estatísticos, o fazem de maneira estritamente descritiva, com excesso de formalismo e sem contextualização. Na 2ª etapa, foram ministrados 3 encontros pedagógicos, com o objetivo de discutir com os professores vários conceitos estatísticos e probabilísticos por meio da aplicação de seqüências de ensino. Ao final, percebeu-se um amadurecimento e adequação do raciocínio estatístico dos professores; mas constatou-se a necessidade de planejar mais cursos e oficinas de conceitos básicos de Estatística para os professores; com intuito de promover o letramento estatístico dos alunos.

PALAVRAS CHAVE:

- *Ensino Fundamental II*
- *Letramento estatístico*
- *Professores de Matemática*
- *Raciocínio estatístico*
- *Educação Estatística*

RÉSUMÉ

Dans la première étape de ce projet, une évaluation de l'enseignement de la Statistique au CM2 à été réalisée. Pour ce faire, 214 questionnaires ont été réponsus par des professeurs de Mathématiques qui travaillent dans les écoles de Lavras, MG. La plupart d'entre eux avaient appris la discipline de Statistique lors de leur formation. Cependant, lorsqu'ils traitent les concepts statistiques ils le font de façon strictement descriptive, purement formelle et sans donner un contexte précis. Dans la deuxième étape du projet, trois séances pédagogiques ont été données afin de discuter avec les professeur certaines concepts de Probabilité et de Statistique en appliquant séquences d'enseignement. À la suite de ces séances, une majeure maturité et une adéquation du raisonnement statistique a été aperçu chez les professeurs. Cependant, l'organisation de plus de cours et d'ateliers sur les concepts de base de la Statistique pour les professeurs s'avère nécessaire. Ces cours auront pour but de promouvoir l'alphabétisation statistique chez les élèves.

MOTS CLÉS:

- *Enseignement CM2*
- *Alphabétisation statistique*
- *Professeurs de mathématiques*
- *Raisonnement statistique*
- *Éducation statistique*

1. INTRODUÇÃO

Neste século, pode-se observar um crescente desenvolvimento do uso da Estatística em decorrência, principalmente, da demanda do progresso científico e tecnológico das diversas áreas da ciência. Esse crescimento se justifica devido ao princípio da unidade da ciência, definido como a necessidade de

“um padrão uniforme de validações para todas as hipóteses, independente da área de conhecimento” (Harold Jeffreys, citado por Pereira, 1985) ou como “a unidade dos métodos empregados em analisar e aprender através da experiência e dos dados” (Karl Pearson, citado por Pereira, 1985).

Outro fator importante, que não decorre desse aspecto científico formal, é o fato de que, diariamente, as pessoas recebem da mídia inúmeras informações sociais e econômicas com tratamento estatístico, representadas por meio de gráficos e tabelas. Nesse contexto, o ensino de Estatística assume papel importante na formação do cidadão, referente à compreensão de sua realidade por meio da discussão e da manipulação dessas informações e, até mesmo, capacitando-o para tomar decisões, permitindo, assim, que não se torne um refém da interpretação de dados. De acordo com Gal (2002), a busca pela formação do aluno/leitor mais crítico desses tipos de informações constitui o que se denomina de letramento estatístico.

Para Wallman, o letramento estatístico pode ser definido como sendo “[...] habilidade para compreender e avaliar criticamente resultados estatísticos que permeiam nossas vidas diárias junto à habilidade para reconhecer a contribuição que o pensamento estatístico pode trazer para as decisões públicas e privadas, profissionais e pessoais.” (Wallman, 1993, p.1).

Watson (2006a) afirma que promover o letramento estatístico é importante para a formação dos alunos, para que eles deixem a escola e comecem a fazer parte da sociedade como cidadãos mais críticos e conscientes e, conseqüentemente, com maior potencial para uma correta inserção social.

Segundo Ponte e Fonseca (2001), conteúdos estatísticos e probabilísticos estão sendo inseridos no currículo de Matemática da educação básica em diversos países. Esse mesmo autor comenta que, em Portugal, a implementação dessa disciplina no currículo escolar ocorreu somente nos anos 70, sempre em lugar relativamente marginal, pois até há pouco tempo os professores não consideravam este tema importante.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam para o ensino fundamental¹ a abordagem de temas como Probabilidade e Estatística, que compõem, com a Combinatória, o bloco de conteúdo denominado “Tratamento da Informação”, do currículo de Matemática. O ensino desses assuntos tem

¹ No Brasil, a educação básica compreende a educação infantil (estudantes de 0 a 5 anos), o ensino fundamental (6 a 14 anos) e o ensino médio (15 a 17 anos). Nesse artigo, adota-se a nomenclatura Fundamental II como o segundo ciclo do Fundamental, que vai do 6º ao 9º ano e com estudantes na faixa etária de 11 a 14 anos.

como um dos objetivos “o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio envolvendo fenômenos aleatórios, interpretando amostras, fazendo inferências e comunicando resultados por meio da linguagem estatística” (Brasil, 1998, p.134). Logo, fica evidente que todos os esforços devem ser empregados para que o ensino de Estatística seja implementado de maneira eficaz e efetiva no âmbito escolar.

Entretanto, uma das maiores dificuldades em se trabalhar com Probabilidade e Estatística no ensino fundamental é que professores de Matemática não tiveram, durante o seu processo de formação, uma discussão sob os aspectos relacionados à didática da Estatística. Assim, muitas vezes, eles apresentam tais conteúdos de forma descontextualizada, priorizando o uso excessivo de fórmulas, que muitas vezes não fazem sentido para os alunos, opondo-se, dessa forma, à exploração de situações que envolvam aproximação, aleatoriedade e estimação. Essa falta de vivência no “modo estatístico de pensar” parece implicar não só em uma abordagem meramente tecnicista dos métodos estatísticos, como também em um certo desconforto, por parte dos professores, em relação ao assunto.

Diante do exposto, é preciso que a comunidade acadêmica das áreas, por exemplo, de Estatística, de Educação Matemática contribuam na formação dos professores de Matemática, especificamente para o trabalho com a Estatística, e assim, atender primeiramente às necessidades dos professores no que tange à discussão sobre os aspectos didáticos do ensino de Estatística, e conseqüentemente, possibilitar que seus alunos se tornem cidadão mais letrados estatisticamente.

Vale ressaltar também que a Estatística não é uma atividade fim no que tange seus métodos, já que serve para resolver um problema de análise de dados ou tratamento da informação oriunda de outra área, sendo assim, uma atividade meio. Assim, os professores de Matemática devem reforçar a importância do uso adequado dos conceitos e procedimentos estatísticos na organização, na apresentação e no resumo de dados, envolvendo diversas áreas de conhecimento. Desta forma, a Estatística, pela própria natureza dos conceitos envolvidos, aponta para uma abordagem interdisciplinar.

Diante desse panorama, algumas questões de pesquisa são pertinentes, a saber: como vêm sendo ensinadas a Estatística e a Probabilidade no ensino fundamental II? O que os professores abordam? Que tipo(s) de proposta(s) pedagógica(s) pode(m) auxiliar os professores para uma abordagem exploratório-investigativa de conceitos estatísticos e probabilísticos com os seus alunos?

Com base nessas questões de pesquisa, o objetivo deste artigo foi avaliar diversos aspectos envolvidos no ensino de Estatística por professores de Matemática no ensino fundamental II do município de Lavras, MG, bem como

discutir e descrever uma proposta de seqüências de ensino, a qual foi trabalhada com esses professores na oficina pedagógica intitulada: Adequação do Raciocínio Estatístico para Trabalhos Interdisciplinares. Para atender a tais objetivos, este artigo está dividido em seções que apresentam um referencial teórico (seções 2 e 3), a metodologia empregada (4), e resultados e discussão (5 e 6), e concluindo com uma seção de conclusões (7).

2. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Piaget e Inhelder (1951) consideram que o raciocínio estocástico² não surge naturalmente e não está vinculado ao desenvolvimento dos indivíduos; uma vez que ele precisa ser construído progressivamente, na interação com o meio. Segundo Fischbein (1975), o ensino estocástico deve iniciar-se desde a educação infantil e fundamental, sendo possível e necessário, tendo em mente que a falta desse tema faz com que as pessoas usem suas intuições indevidamente. O desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico deve ser inserido no contexto escolar por meio de experimentos que envolvam suposições e estimações, bem como o ato de coletar, representar e analisar dados que são importantes em seu universo, apresentando contribuições para o desenvolvimento do raciocínio estatístico do aluno.

Reforçando essas idéias, Batanero e Godino (2002) ressaltam que, no contexto do ensino de Probabilidade, o aluno deve observar o caráter imprevisível de cada resultado isolado, assim como a variabilidade das pequenas amostras, mediante à comparação de resultados de cada aluno ou de alguns resultados em conjunto. Além disso, apreciar o fenômeno da convergência mediante acumulação de resultados de toda a turma e comparar a confiabilidade de pequenas e grandes amostras.

Lopes (1998) justificou a importância da abordagem estocástica na escola fundamental por meio da análise de currículos de alguns países, que revelou uma preocupação premente no desenvolvimento da criticidade do aluno, promovendo a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão para atuar na sociedade atual, evidenciando assim uma ruptura com o determinismo e a linearidade, predominantes nos currículos de Matemática.

² Nesse contexto, o termo estocástico se refere à junção da Probabilidade com a Estatística.

Watson (2006a) ressalta a importância de promover o letramento estatístico ainda na escola:

[...] para que os alunos ao deixarem a escola, comecem a fazer parte da sociedade como cidadãos mais conscientes. Além disso, é necessário promover uma base para o desenvolvimento do entendimento formal estatístico para os alunos que escolherem avançar em cursos superiores. (Watson, p. 9, 2006a, tradução nossa)

Watson (2006a) propôs um modelo de letramento estatístico composto por seis componentes: conteúdo estatístico, entendimento do contexto, habilidades de letramento, habilidades matemática e estatística, formato das tarefas (atividades) e motivação para realização dessas tarefas. Destacando o componente “conteúdo estatístico”, essa pesquisadora considera importante abordar os conteúdos inseridos no currículo de matemática, tais como, manipulação e representação de um conjunto de dados, medidas de tendência central, medidas de dispersão, chance, aleatoriedade e inferência informal, para propiciar o desenvolvimento do letramento estatístico.

No Brasil, a necessidade de se trabalhar a Estatística e a Probabilidade ainda na escola já se encontra prevista nos PCN e em alguns propostas curriculares estaduais, como é o caso do estado de Minas Gerais, que recomendam que os conteúdos de Estatística e Probabilidade sejam trabalhados desde o ensino fundamental.

Nos PCN de Matemática para o ensino Fundamental (Brasil, 1998), recomenda-se o ensino de Probabilidade e Estatística no bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação. Os tópicos de Estatística que devem ser abordados são: coleta e organização de dados, interpretação de resultados para tomada de decisões e compreensão de medidas de tendência central de uma pesquisa para fazer inferência. Percebe-se também nos PCN de Matemática a importância da argumentação, sustentada por conteúdos matemáticos, em que o aluno deve ser capaz de defender seu ponto de vista, respondendo aos contra-argumentos ou réplicas a ele impostos.

Quanto ao estudo da probabilidade, objetiva-se quantificar o incerto, com o uso da Matemática para fazer previsões, partindo de situações simples, que envolvam materiais concretos, tais como, moedas, dados, cartas, etc., devendo-se extrapolar, se possível, para situações mais complexas, com simulações e modelos matemáticos para estudar um fenômeno.

De acordo com os PCN, os conteúdos de Estatística e de Probabilidade que devem ser abordados são:

Leitura e interpretação de dados expressos em gráficos de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência. Organização de dados e construção de recursos visuais adequados, como gráficos (de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência) para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências. Compreensão de termos como frequência, frequência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa. Distribuição das frequências de uma variável de uma pesquisa em classes de modo que resuma os dados com um grau de precisão razoável. Obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências (Brasil, 1998, p. 90).

Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão. Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas (Brasil, 1998, p. 90).

Em consonância com os PCN, a proposta curricular de Minas Gerais para o ensino Fundamental II considera que o ensino de Matemática deve "evidenciar o caráter dinâmico, em constante evolução, do conhecimento matemático" e tem como um dos objetivos "levar o aluno a raciocinar e expressar-se matematicamente, ou seja, reconhecer situações que podem ser descritas em linguagem matemática e ser capaz de aplicar métodos matemáticos (operações, equações, diagramas, fatos de geometria) para resolvê-los" (Minas Gerais, 2004, p. 14). Quanto ao ensino da Probabilidade e Estatística, ressalta-se que esses temas devem propiciar um modo de pensar que possibilite aos alunos lidar com situações não-deterministas em que a incerteza, provocada pelo acaso, encontra-se presente.

Nesta proposta, os conteúdos de Estatística e Probabilidade, a serem abordados no ensino Fundamental II, estão recomendados no Eixo Temático IV - Tratamento dos Dados, e divididos em dois temas:

Tema 1 – Representação gráfica e média aritmética e Tema 2 – Probabilidade. No Tema 1, os tópicos específicos são (Minas Gerais, 2004):

- Organização e apresentação de um conjunto de dados em tabelas ou gráficos, que devem desenvolver as habilidades de:
 - organizar e tabular um conjunto de dados, interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas e gráficos de colunas (6º e 7º anos);
 - utilizar um gráfico de colunas para representar um conjunto de dados (6º ano);
 - interpretar e utilizar dados apresentados em gráficos de setores (7º ano) e utilizar esse tipo de gráfico para representar um conjunto de dados (8º e 9º anos);

- interpretar e utilizar dados apresentados em gráficos de segmentos (9º ano).
- Resolver problemas que envolvam média aritmética.

No Tema 2, os tópicos específicos de Probabilidade são (Minas Gerais, 2004):

- Contagem, para desenvolver a habilidade de resolver problemas simples de contagem utilizando listagens ou diagramas de árvore (6º ao 8º anos).
- Conceitos básicos de Probabilidade, para relacionar o conceito de probabilidade com o de razão e resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos simples (9º ano).

Consideramos que os conteúdos sugeridos nos PCN, bem como na proposta de Minas Gerais, estão sequencialmente bem estruturados. Contudo, toda essa discussão parece ser em vão, se o interlocutor do conhecimento, o professor, não estiver suficientemente familiarizado para desenvolver tais habilidades com seus alunos.

3. FORMAÇÃO DOS PROFESSORES

Devido à ausência de cursos de Licenciatura em Estatística, bem como de uma respectiva disciplina na educação básica, fica sob a responsabilidade dos licenciados em Matemática trabalhar com conteúdos estatísticos e probabilísticos. Contudo, de acordo com Lopes (2003), a inclusão da Estatística e da Probabilidade nos currículos de Matemática da educação básica não foi acompanhada de uma preparação cuidadosa desses professores.

Godino, Batanero e Flores (1998) e Shaughnessy (1992) apontam o processo de formação de professores de matemática, ou melhor, a falta de familiarização destes como uma das principais dificuldades para o êxito no processo de ensino/aprendizagem em Estatística. Segundo esses autores, não se pode reduzir o ensino desse tema ao desenvolvimento de estruturas conceituais e ferramentais para a resolução de problemas, ou seja, é preciso também orientar os alunos para que construam formas de raciocínio e um sistema sólido de intuições corretas.

Nicholson, Road e Darnton (2003), Batanero, Godino e Roa (2004); Pecky e Gould (2005); Cazorla (2006a); Contreras, Batanero, Díaz e Fernandes (2011) afirmam que os educadores provenientes das licenciaturas em Matemática, às vezes, têm alguma formação básica em Probabilidade e Estatística, mas geralmente não têm formação nas questões relacionadas ao ensino desses conteúdos.

No Brasil, os cursos de Licenciatura em Matemática (Viali, 2008) geralmente oferecem uma única disciplina, com carga horária de 60 ou 75 horas, que abordam superficialmente alguns temas, tais como, Estatística Descritiva e Probabilidade. Raramente nessas disciplinas são abordados aspectos da didática da Estatística, ou seja, não se trabalham os conceitos e procedimentos enquanto objetos a serem ensinados. Mendes e Brumatti (2003) apontam que outra dificuldade de se trabalhar Estatística e Probabilidade em sala de aula talvez seja resultado de concepções errôneas do professor sobre o que sejam projetos estatísticos, no que se refere aos critérios para a coleta de dados e à apresentação dos resultados.

Godino, Batanero e Flores (1998) consideram que um ponto importante na formação de professores sobre um conteúdo matemático específico, seja a reflexão epistemológica sobre ele, no intuito de ajudar os professores na compreensão do papel de tais conteúdos não só na matemática, mas também em outras matérias, bem como sua importância na formação dos alunos, assim como as dificuldades dos educandos no uso dos conceitos para a resolução de problemas.

De acordo com Lopes (2003), uma proposta para possibilitar a construção desse conhecimento e de todos os conceitos subjacentes é proporcionar aos professores vivenciar experimentos, analisar exemplos e processos de modelação na mesma linha que desenvolverão com seus alunos. Vários autores têm trabalhado com esse objetivo, por exemplo, Cordani (2002), Watson (2006b), Peck e Gould (2005), Morin (2006), Gattuso e Pannone (2006), Innabi (2006), Conteras et al. (2011), Meletiou e Paparistodemou (2011).

4. METODOLOGIA

Sujeitos

Este trabalho foi desenvolvido, no ano de 2006, com 21 professores de Matemática do ensino Fundamental II, sendo 14 de escolas públicas (66,7%) e 7 de particulares (33,3%) do município de Lavras, MG. Desse grupo, 71,4% eram do gênero feminino e 53,4% estavam na faixa etária entre 36 a 45 anos. O tempo médio de magistério foi de 11,52 anos, com desvio padrão de 7,90 anos. O menor tempo de magistério entre os participantes foi de 1 ano e o maior foi de 28 anos. Além disso, 47,6% dos professores ministravam mais de 30 horas/aulas semanais, 80,9% cursaram uma pós-graduação Lato Sensu e apenas 1 professor tinha Mestrado.

Descrição

Para selecionar os sujeitos de pesquisa, considerou-se a princípio que poderia haver algumas diferenças entre o processo de ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade nas escolas. Portanto, foi utilizada uma amostragem aleatória estratificada com porcentagem fixa, ou seja, com a determinação do tamanho da amostra de cada estrato por meio de um valor percentual preestabelecido. Nesse caso, 30% para o número de escolas (15 escolas) e 25% para o número de professores (21 professores) de Matemática do município de Lavras, MG. O processo foi realizado em dois estágios: no primeiro, foram sorteadas as escolas e, no segundo, os professores.

Após a definição das escolas e professores da amostra, o trabalho foi dividido em duas etapas. Na primeira etapa, utilizou-se um delineamento de pesquisa do tipo levantamento amostral (*survey*), na qual o instrumento de pesquisa utilizado foi um questionário estruturado sobre o conhecimento de Estatística, que foi respondido individualmente, com 18 perguntas objetivas e 3 subjetivas. Tal questionário procurou coletar informações sobre a formação profissional, a participação em atualizações, os conhecimentos específicos em Estatística, os recursos oferecidos pelas escolas para o exercício das práticas pedagógicas, bem como opiniões sobre a importância da Estatística e de como a mesma está sendo trabalhada nas escolas. Este delineamento e instrumento de pesquisa foi escolhido por tornar mais objetiva as inferências realizadas, fazendo-as serem estatísticas (fazendo uso de testes de significância).

Na segunda etapa, utilizou-se de um delineamento de pesquisa do tipo pesquisa-participante, na qual os instrumentos de pesquisa utilizados foram: (i) um pré e um pós-teste aplicado aos professores, e (ii) uma oficina pedagógica presencial ofertada, pelos autores desse trabalho, a todos os professores, intitulada “Adequação do Raciocínio Estatístico para Trabalhos Interdisciplinares”. Oficina desenvolvida em três encontros com as seguintes temáticas: explorando os estimadores; tomar decisões certas: um problema estatístico e influência do conhecimento prévio numa abordagem Bayesiana. Nos três encontros (de 4 horas/cada), foram discutidos com esse grupo de professores vários conceitos estatísticos e probabilísticos. Essas discussões foram permeadas pela idéia do desenvolvimento do pensamento crítico, ou seja, sem a exploração exagerada de fórmulas e conceitos, prevalecendo a contextualização, a globalização e a interdisciplinaridade que esses conteúdos podem propiciar. A utilização de um delineamento de pesquisa mais subjetivo para a segunda etapa da pesquisa deveu-se as questões de pesquisa que norteiam este trabalho, as quais solicitam uma resposta de cunho mais profundo do que apenas estatísticas descritivas e testes de hipótese podem dar. Evidentemente, as inferências da segunda etapa são do tipo inferências analíticas, não prestando-se, portanto, aos testes de significância ou a qualquer outro método inferencial estatístico.

Procedimento de análise dos resultados do questionário

De posse dos questionários respondidos, as perguntas foram separadas em dois grupos. No primeiro grupo, foram incluídas as 10 questões objetivas referentes ao ensino da Estatística, com respostas do tipo sim ou não, que foram transformadas em proporções. Para algumas dessas questões, as proporções “sim” foram estatisticamente comparadas a 0,5, pelo teste Z unilateral com nível de 5% de significância. E assumindo independência, as proporções de escolas públicas e particulares, foram comparadas pelo teste Z unilateral para diferença entre proporções, também com 5% de significância (Triola, 1999).

O segundo grupo reuniu as demais questões objetivas e as 3 questões subjetivas. As 8 questões objetivas desse segundo grupo tratavam de assuntos gerais (formação e experiência profissional, faixa etária, sexo, carga horária, entre outros), sendo que 6 delas foram utilizadas para caracterizar os sujeitos da pesquisa, como já destacado anteriormente. Para as questões subjetivas, que procuravam saber a opinião dos professores sobre o ensino da Estatística, foi feito apenas um relato descritivo de seus resultados.

Para a apresentação dos resultados de parte das questões, a análise foi dividida em quatro tópicos: formação e atuação do profissional; recursos didáticos, opinião dos professores em relação ao ensino da Estatística e um paralelo entre escola pública e particular.

5. QUESTIONÁRIO

Formação e atuação do profissional

Analisando as respostas do questionário quanto à formação acadêmica no que se refere à Estatística, verificou-se que 71,4% (p-valor = 0,005) dos professores das escolas públicas tiveram a disciplina de Estatística na sua graduação; já nas escolas particulares, esse número foi de apenas 57,1% (p-valor = 0,193). Todos os professores que responderam sim a essa questão afirmaram ter gostado de cursar a disciplina de Estatística.

Quando questionados se lecionavam tópicos de Probabilidade e Estatística, 80,9% dos professores afirmaram que sim, sendo que 76,2% abordam esses tópicos de forma interdisciplinar. Declararam também que trabalham apenas com estatística descritiva (gráficos, tabelas, média, moda, etc) de forma determinística, sem explorar questões e idéias que envolvam o pensamento estatístico e probabilístico, ou ainda a inferência estatística, mesmo que de maneira informal.

Verificou-se ainda que 80,9% dos professores sentem necessidade de participar de oficinas ou cursos que trabalhem com a problematização e o desenvolvimento de conceitos estatísticos e probabilísticos, inclusive envolvendo outras disciplinas. E consideram também que, trabalhando com esses tópicos em sala de aula, poderão desenvolver atitudes positivas dos alunos em relação à disciplina de Matemática.

Recursos didáticos

Os recursos didáticos utilizados tanto na escola privada como na escola pública escolas se restringem aos livros didáticos. Em relação a eles, todos os professores afirmaram que os livros de Matemática que utilizam abordam tópicos de Estatística, sendo que 85,7% dos professores declararam sentir facilidade em trabalhar com os temas neles tratados. Segundo Lopes (2003), os livros didáticos começaram a incluir tópicos de Estatística a partir de 1999, após a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Apesar de ser importante o uso de livros como recurso didático, deve ser feita a ressalva de que, de acordo com Coutinho (2004), os livros destinados ao ensino fundamental II não sugerem, para o ensino de Probabilidade, um trabalho com enfoque experimental, que possa contribuir para o desenvolvimento do conceito de probabilidade frequentista. Além disso, Lopes e Moran (1999) apontam que os livros didáticos apresentam um descompasso claramente perceptível entre os objetivos a serem alcançados pela inclusão do ensino de Estatística e Probabilidade no ensino fundamental, pois não inserem a construção de conceitos na metodologia da resolução de problemas. Consequentemente remetem a concepções inadequadas, apresentando erroneamente que Matemática e Estatística são a mesma ciência e que, para aprendê-las, basta somente resolver exercícios que são propostos nos livros.

Outro ponto a destacar é que, apesar de 85,7% das escolas possuírem laboratórios de informática, os professores não os utilizam na sua prática de ensino. De acordo com Kataoka e Cazorla (2010), o trabalho no ambiente papel e lápis é importante no processo de ensino e aprendizagem de Estatística, pois possibilita que os alunos vivenciem cada passo dos procedimentos estatísticos, mas por outro lado a Estatística é uma ciência que objetiva desvendar padrões e, para tanto, suas técnicas utilizam cálculos complexos e que envolvem grande quantidade de dados. Assim, como estratégia didática, para que os alunos aprendam o algoritmo dos cálculos, é possível calcular as medidas estatísticas com poucos dados, mas, para os alunos perceberem o poder inferencial dessas medidas, é necessário aumentar a base de dados e, por conseguinte, potencializar a exploração dos dados no ambiente computacional.

Opinião dos professores em relação à Estatística

Segundo a opinião de 85,7% dos professores das escolas particulares (p -valor = 0,014), os alunos gostam de estatística, entretanto apenas 57,1% dos professores das escolas públicas (p -valor = 0,102) fazem tal afirmação. Além disso, 80,9% dos professores consideram importante o ensino da estatística como contribuição na formação de um cidadão crítico.

Uma consideração de 95,2% dos professores é a de que a Estatística necessita de maiores investigações do ponto de vista didático, sendo necessário desenvolver projetos no intuito de permitir uma maior contextualização e interdisciplinaridade com diversas áreas do conhecimento.

Paralelo entre escola pública e particular

Verificou-se, pelo teste Z unilateral (com 5% significância), que as comparações entre as proporções de “sim” (perguntas do primeiro grupo) nas escolas públicas e particulares das 10 questões objetivas não foram, na sua maioria (90%), consideradas estatisticamente significativas, indicando que nesses aspectos investigados o ensino de Estatística em Lavras não difere entre os dois tipos de escolas.

6. OFICINA PEDAGÓGICA

A oficina pedagógica foi dividida em três encontros com as seguintes temáticas:

- explorando os estimadores
- tomar decisões certas: um problema estatístico
- influência do conhecimento prévio numa abordagem Bayesiana

Trabalhando os temas mencionados, os professores tiveram oportunidade de realizar diversas atividades, envolvendo estimação pontual e estimação intervalar, observando também como usar o conhecimento prévio de um fenômeno para inferir sobre ele (abordagem Bayesiana). Todos os encontros contaram com um embasamento teórico e várias atividades de caráter prático, nomeadas de seqüências de ensino, que visavam aprofundar o conhecimento e proporcionar uma integração entre os participantes, bem como enfatizar a viabilidade da aplicação dos conhecimentos adquiridos para alunos do ensino fundamental II. Foram apresentadas situações-problema, nas quais os professores, ora individual,

ora coletivamente, eram desafiados a extrapolar o contexto meramente descritivo para uma conclusão que envolvia uma inferência sempre acompanhada de uma incerteza.

Vale destacar que o tema do 2º encontro foi escolhido, por se constatar, na avaliação do ensino de Estatística realizada na primeira etapa desta pesquisa, que os professores não trabalham com problemas envolvendo inferência estatística de maneira informal, restringindo o ensino apenas a uma abordagem descritiva. Por outro lado, a exploração da inferência estatística de maneira informal no ensino fundamental tem sido indicada por diversos pesquisadores, por exemplo, Ben-Zvi (2006), Watson (2008), Ben-Zvi, Makar, Bakker e Aridor (2011). De acordo com Kataoka, Silva, Vendramini e Cazorla (2011), apesar do tópico intervalo de confiança não estar previsto nas orientações curriculares brasileiras, para ser trabalhado na escola, esse conteúdo é abordado constantemente na mídia, por meio dos resultados de pesquisa eleitoral, podendo então fazer parte de um aprendizado extra escolar.

6.1. *Análise a priori*

Antes de iniciar o primeiro encontro, foi aplicado um pré-teste, composto de três questões discursivas sobre Probabilidade e Estatística, para avaliar o nível de conhecimento e significância desses temas para os professores.

A primeira questão apresentava os resultados de um levantamento amostral realizado no site da Sociedade Brasileira de Diabetes em 04/11/2004, exibindo a opinião de especialistas e de portadores de diabetes sobre o uso de embriões congelados para a obtenção de células-tronco a serem usadas em pesquisas. Os resultados foram dos 955 votantes, 614 (64%) são a favor da liberação das pesquisas, 303 (32%) se posicionaram contra e 34 (4%) dos participantes não souberam opinar. Levantou-se o seguinte questionamento:

Você considera que o resultado possa ser estendido como uma opinião de todos os brasileiros?

A idéia era a de que os professores percebessem que havia problemas de amostragem nessa enquete, pois boa parte da população brasileira não tem acesso à internet e, além disso, o site é direcionado a um público específico. Dessa forma, não se poderia estender esse resultado para representar a opinião da população (viés na amostragem).

Na segunda questão, foram apresentadas duas pesquisas eleitorais realizadas pelo Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística, o IBOPE, para os cargos de presidente da república e governador do estado do Rio de Janeiro.

As duas pesquisas apresentavam a margem de erro de dois pontos percentuais para mais ou para menos, considerando-se um grau de confiança de 99%. Imaginava-se que os professores conseguiriam observar que, em ambas as pesquisas, alguns intervalos se sobrepunham e que não era possível tirar nenhuma conclusão a partir destas (empate técnico).

Finalmente, na terceira questão, foi apresentada a Tabela I com estatísticas do Departamento Estadual de Estradas, contendo o número de acidentes com vítimas, fatais e não fatais, e as condições do principal motorista envolvido, sóbrio ou alcoolizado:

TABELA I
Estatísticas do Departamento Estadual de estradas

Motorista/vítima	Não fatais	Fatais
Sóbrio	1228	275
Alcoolizado	239	76

Em seguida, fez-se um questionamento:

Você diria que o fato de o motorista estar ou não alcoolizado interfere na ocorrência de vítimas fatais?

Esperava-se que fossem calculadas as probabilidades condicionais, mesmo que informalmente, e que eles concluíssem que os motoristas alcoolizados tinham mais chance de se envolver em acidentes com vítimas fatais.

Verificou-se que os resultados do pré-teste foram insatisfatórios. Então, esse teste serviu como um diagnóstico, bem como um norteador para a discussão nos outros dois encontros.

6.2. Primeiro encontro - explorando os estimadores

Iniciou-se o primeiro encontro explorando a idéia de estimação e apresentando um paralelo entre o determinismo da Matemática e a incerteza da Estatística. Para isso, promoveu-se uma discussão sobre sentenças matemática, probabilística e estatística, sendo apresentado um exemplo de cada uma delas (Cordani, 2002):

- Sentença Matemática (SM): Todos os números primos são ímpares.
- Sentença Probabilística (SP): A probabilidade de se obter duas caras em dois lançamentos de uma moeda honesta é $1/4$.
- Sentença Estatística (SE): Uma moeda que, ao ser jogada duas vezes, produz duas caras não é honesta.

Em seguida, pediu-se aos professores que classificassem as sentenças em falsas ou verdadeiras. Ao realizar esse questionamento, a intenção era que eles percebessem as diferenças entre essas sentenças.

A primeira sentença (SM) foi considerada sem nenhuma dúvida como falsa, pois se tinha um contra-exemplo para apresentar: 2 é primo e não é ímpar. Também não houve dúvida ao tomar decisão de que a segunda sentença (SP) era verdadeira, pois, se a probabilidade de sair cara em uma moeda honesta é $1/2$ e os lançamentos são independentes, então a probabilidade de sair duas caras é $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$.

Quanto à terceira sentença, surgiu a dúvida se era verdadeira ou falsa, então foi apresentada a seguinte questão para os professores: *É possível considerar a veracidade dessa afirmação sem correr risco de errar?* A conclusão a que eles chegaram foi que é possível errar tanto ao admitir que seja verdadeira, como falsa. Sendo assim, mostrou-se a importância da aleatoriedade e das incertezas no processo de constituição do raciocínio estatístico do aluno.

Ensinar Estatística na escola requer do professor consciência da importância desses temas para o sujeito hoje, cuja relação com o mundo supera sua própria capacidade de lidar com as certezas, transcendendo, assim, o âmbito das incertezas, o que exige uma percepção do acaso. Nessa idéia, o professor que ensina Matemática, ao trabalhar com Probabilidade e Estatística, faz com que o aluno aprecie não apenas a Matemática do “certo e do errado”, mas que aprecie, também, a Matemática do “talvez” (Damasceno, 1995 citado por Muniz e Gonçalves, 2005, p.28).

Em seguida, foram abordados alguns conceitos básicos de amostragem, por exemplo, amostra, parâmetro, estimador, estimativa, censo, amostragem probabilística e não probabilística, amostra aleatória simples e estratificada, dentre outros. Foi destacada a importância da representatividade de uma amostra para se obter uma estimativa mais precisa. Finalizando a discussão, foi apresentada uma sequência de ensino composta de nove cenários com pesquisas publicadas em revistas ou jornais, que apresentavam problemas de amostragem e inferências duvidosas ou sem fundamentação científica. Os professores foram desafiados a identificar falhas e omissões importantes nas pesquisas, por exemplo, a pesquisa representada na Figura 1.

Para finalizar a parte teórica do encontro, trabalhou-se com alguns conceitos de estatística descritiva, mostrando como são obtidas estimativas pontuais de alguns parâmetros populacionais e como esta pode ser utilizada para manipular informações. Sendo que a primeira discussão foi sobre as medidas de tendência central: média, mediana e moda.



Figura 1. Votação por meio do site www.superinteressante.com.br
Fonte: Revista Super Interessante, ed. 212 (04/2005)

Foram apresentadas algumas situações que mostravam a diferença na aplicação prática de cada uma dessas medidas, por exemplo: perguntou-se aos professores qual das três medidas de tendência central seria mais adequada para representar os salários de todos os trabalhadores de uma empresa automotiva se essa informação fosse apresentada:

- Pelo presidente da companhia
- Por uma mesa diretora do sindicato dos trabalhadores da companhia

A tendência de muitos professores foi considerar, para as duas situações, a média, pois esta é a medida de posição mais conhecida e melhor compreendida. Então, iniciou-se uma discussão, lembrando que o termo “média” nem sempre representa a medida mais adequada e que o conhecimento das propriedades das medidas de tendência central é fundamental para descrição, interpretação e análise de dados em pesquisa. No caso do exemplo acima, se a escolha da medida não for a mais representativa para cada caso, todas as conclusões, sejam do presidente ou do sindicato, podem estar distorcidas.

Após essa discussão, conclui-se que as medidas de tendência central são muito úteis, mas também podem não ser suficientes para descrever adequadamente os dados. Assim, além dessas medidas, foram apresentadas também as medidas de dispersão, tais como, amplitude, a variância e o desvio padrão. Para iniciar a discussão, foi utilizada como exemplo a nota de alunos de duas turmas. Na turma “A”, 3 alunos tiraram notas iguais a 10, 10 e 1; na turma “B”, outros 3 alunos tiraram notas iguais a 7, 7 e 7. Foi solicitado que eles calculassem a nota média das turmas, em seguida, verificaram que os valores eram iguais a 7,0; porém a variabilidade dos dois conjuntos de dados era diferente.

Esse exemplo suscitou a discussão sobre a importância de trabalhar com os alunos as medidas de dispersão ainda no ensino fundamental II, mesmo que seja minimamente trabalhada a amplitude total (diferença entre o valor máximo e valor mínimo), que para esse exemplo já seria uma medida informativa para mostrar que o desempenho da turma “A” teve maior variabilidade do que a turma “B”.

Wild e Pfannkuch (1999) consideram a variação como um dos componentes do pensamento estatístico, já Reid e Reading (2008) descrevem a Estatística como a “ciência da variação”, evidenciando assim a importância da abordagem desse tópico no âmbito escolar.

Em seguida, foi apresentada a segunda sequência de ensino, que tinha como objetivo calcular o tempo médio de magistério dos professores participantes. Primeiramente escolheram-se três professores mais idosos e, posteriormente, sortearam-se três participantes. Calculando o tempo médio do primeiro e do segundo grupo, indagou-se qual das duas médias representava uma estimativa mais aproximada para a média da população (professores participantes), evidenciando a importância da aleatoriedade da amostra. Em seguida, foram sorteados 10 participantes e uma nova média foi calculada. Novamente, indagou-se sobre qual seria a melhor estimativa para a média de tempo de magistério dos professores participantes, ressaltando a influência do tamanho da amostra na precisão das estimativas.

Encerrando o encontro, ainda foi realizada uma terceira sequência de ensino, que apresentava o processo da captura e recaptura para a estimação do tamanho da população, usando bolas num recipiente opaco (adaptado de Cordani, 2002).

Nessa sequência, cada participante capturou, marcou e devolveu uma bola ao recipiente; recapturando em seguida e calculando a proporção entre o número de bolas marcadas e o total de bolas retiradas, assim estimaram o número total de bolas. Repetiram o processo por quatro vezes e confrontaram os resultados. Cada bola, nessa atividade, representava um indivíduo da espécie Gavião-Real, uma ave de rapina que está na lista dos animais em risco de extinção. A escolha desse animal foi feita visando a ilustrar a possibilidade de se realizar um projeto interdisciplinar.

Vale ressaltar que mostrar a Estatística como um elo entre os conteúdos para realizar trabalhos interdisciplinares foi a tônica de todos os encontros realizados, considerando a recomendação dos PCN (Brasil, 1998), que estimulam a abordagem interdisciplinar, quando enfatizam que “Os conteúdos que constituem o bloco Tratamento da Informação propiciam estabelecer ligações entre a Matemática e os conteúdos de outras áreas e com os Temas Transversais à

medida que o aluno os perceba como instrumentos essenciais para a constituição de uma atitude crítica diante de questões sociais, políticas, culturais, científicas da atualidade” (p. 70).

6.3. Segundo encontro - Tomar decisões certas: um problema estatístico

No segundo encontro, promoveram-se discussões sobre a utilização de uma informação baseada numa estimação intervalar em detrimento de apenas uma estimação pontual. Inicialmente, apresentou-se a idéia de intervalos de confiança $[a,b]$ e levantaram-se as seguintes questões:

Como construir tais intervalos?

Será que podemos estabelecer valores arbitrários para “a” e para “b”?

Com os intervalos estabelecidos poderemos tomar algum tipo de decisão?

Para responder a essas perguntas, inicialmente, foi introduzida a seguinte definição de erro amostral:

Erro é a diferença entre a estimativa da amostra e o verdadeiro parâmetro populacional. Uma vez que o valor verdadeiro do parâmetro populacional é desconhecido, resulta que o erro também será desconhecido, devendo, então, ser estimado.

Essa definição ocasionou muita discussão, pois, para alguns professores, não fazia muito sentido estimar um erro, pois nesse processo de estimação estaria sendo cometido outro erro e assim sucessivamente. Ao final da discussão, os professores concluíram que o erro amostral é um erro aleatório. Dessa forma, foi mostrado que, para se estimar tal erro, é preciso estabelecer o quão confiável é a informação que está sendo fornecida (grau de confiança). A estimação do erro é importante para a construção dos intervalos de confiança e assim, a partir dessa estimativa, podem-se estabelecer os valores de “a” e “b”. Com isso, foram respondidos os dois primeiros questionamentos anteriormente apresentados. Surgiu, então, uma nova pergunta:

Qual a relação entre grau de confiança, erro e tamanho da amostra?

Para muitos professores, quanto maior fosse a amostra, menor seria o erro. Gerou-se outra discussão, pois muitas pesquisas apresentam um número relativamente pequeno de entrevistados, podendo implicar num elevado valor do erro. Nesse contexto, foram debatidos novamente tópicos, como grau de

confiança, representatividade da amostra e métodos para determinação de um tamanho de amostra com base em um erro máximo preestabelecido pelo pesquisador.

Após essa discussão, deu-se início a uma sequência de ensino no intuito de caracterizar e interpretar um intervalo de confiança. Foi proposto aos professores que construísem intervalos de confiança para a média do tempo de magistério (sequência de ensino do primeiro encontro) com diferentes graus de confiança (0%, 5%, 50%, 95% e 100%). Para tal, foi fornecida aos participantes a fórmula³ do intervalo de confiança para média e a tabela com os valores do quantil da distribuição t de Student para os graus de confiança estabelecidos.

Em seguida, foi discutida a utilização e a fórmula do intervalo de confiança para proporção.

Um consenso surgiu entre os professores, que não seria difícil apresentar com essa abordagem o tópico de intervalos de confiança com os alunos de todos os anos do ensino fundamental II. Mas, deve-se discutir também com os alunos que, para determinar o valor dos quantis (para média o quantil t e para proporção o quantil z) utilizados nas fórmulas de intervalo de confiança, já existem tabelas prontas e que, futuramente, num curso superior, eles poderão compreender a origem desses valores. Retomamos então a idéia de que seja realmente importante trabalhar com alunos nesse nível escolar a inferência estatística, mesmo de maneira informal, possibilitando aos educandos, minimamente, compreender os resultados das pesquisas eleitorais.

Foram discutidas também algumas idéias sobre formulação de hipóteses, apenas para mostrar que se pode aceitar uma hipótese errada estando ela certa, e vice-versa, além das conseqüências de se tomar uma decisão e da importância de se estar bem embasado para não se cometer um erro que possa acarretar em grandes prejuízos.

Seguindo a linha metodológica de Cazorla e Silva (2006b, p. 107), explorou-se a lógica desse tipo de tomada de decisão estatística, apresentado o seguinte exemplo: Suponha que um vendedor seja convidado para trabalhar em uma loja, na qual seu salário seria de R\$2.000,00 (dois mil reais), se a sua média mensal de vendas fosse superior à R\$ 100.000,00 (cem mil reais). Caso contrário, seu salário seria de R\$ 1.200,00 (mil e duzentos reais). Entretanto, esse vendedor já trabalha em uma loja, onde tem um salário fixo de R\$ 1.500,00 (mil e quinhentos

³ Foi adotada a fórmula $\left(\bar{X} \pm S.t_{\alpha/2} = \bar{X} \pm e\right)$, em que \bar{X} é a média amostral, S é o desvio padrão amostral e $t_{\alpha/2}$ é o quantil $\alpha/2$ da distribuição t de Student, e é o erro amostral.

reais), independente do valor do montante de suas vendas. Assim, para que o novo emprego seja rentável, o montante de venda média (μ) desse vendedor deverá ser maior que R\$ 100.000,00 (hipótese estatística, chamada de hipótese nula H_0).

Nesse exemplo, aceitar a hipótese nula, de que o montante de venda será maior que R\$ 100.000,00, implicará que o vendedor mudará de emprego; mas, a hipótese nula pode ser falsa, e nesse caso, a mudança de emprego será prejudicial, pois ele receberá um salário menor. Aceitar a hipótese nula (H_0), quando ela é verdadeira, é uma decisão correta. No caso acima, significa mudar de emprego se realmente a sua média mensal de vendas seja superior à R\$ 100.000,00, logo a mudança de emprego será rentável. Rejeitar uma hipótese falsa também é uma decisão correta, no caso, significa não mudar de emprego, pois o novo emprego não será lucrativo.

Em seguida, discute-se com os professores sobre a construção de um quadro decisório (Tabela II) para esse exemplo, e as implicações ao se considerar a hipótese nula verdadeira ou falsa.

TABELA II
Quadro de decisão em condição de incerteza

Hipótese nula H_0 o montante de venda ser maior que R\$ 100.000,00: $H_0 : \mu > 100.000$		
Decisão	Hipótese (H_0) ser verdadeira: $H_0 : \mu > 100.000$ O novo emprego será rentável	Hipótese (H_0) ser falsa $H_0 : \mu < 100.000$ O novo emprego não será rentável
Aceitar a hipótese (Mudar de emprego)	Muda de emprego e é rentável <i>Decisão correta</i>	Muda de emprego e não é rentável <i>Decisão errada</i>
Rejeitar a hipótese (Não mudar de emprego)	Não muda de emprego e era rentável <i>Decisão errada</i>	Não muda de emprego e não era rentável <i>Decisão correta</i>

Salienta-se que não era o foco dessa oficina aprofundar a discussão sobre teste de hipótese, com a apresentação, por exemplo, dos conceitos dos tipos de erro (tipo I e tipo II), de hipótese alternativa, de nível de significância.

Para finalizarmos o encontro, foi reforçada a idéia de que, a partir dos intervalos de confiança, poderiam ser tomadas decisões, sendo proposta uma sequência de ensino com várias pesquisas de opinião. O objetivo era o de que cada professor verificasse se era possível, com base nas informações apresentadas nas pesquisas, construir intervalos de confiança e tomar algum tipo de decisão, como, por exemplo, a pesquisa representada na Figura 2.

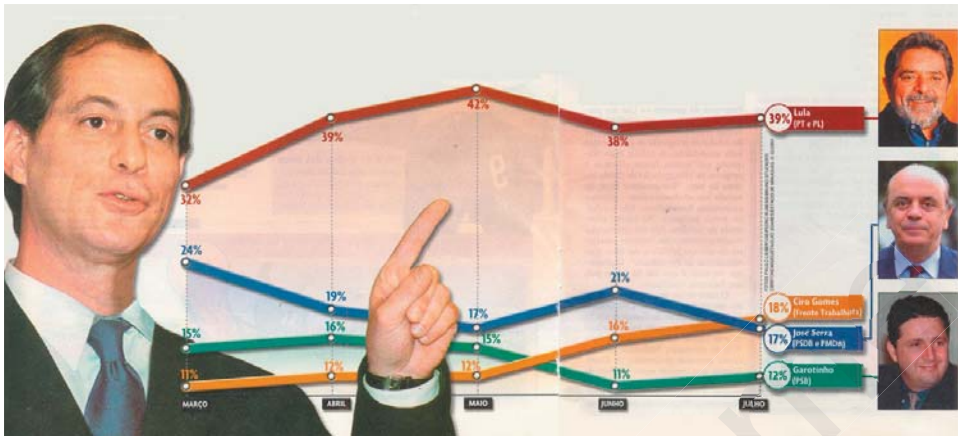


Figura 2. Pesquisa Eleitoral para eleições presidenciais.
Fonte: Revista Veja, ano: 35, nº: 27 (2002)

6.4. Terceiro encontro - Influência do conhecimento prévio numa abordagem Bayesiana

No terceiro encontro, foram trabalhados os seguintes tópicos: informação a priori; Probabilidade Condicional e teorema de Bayes. O primeiro desafio proposto foi determinar a forma de abordagem de tais temas para o nível fundamental II.

Inicialmente, foram trabalhados alguns exemplos que mostravam como uma informação ou conhecimento a priori pode auxiliar no momento de fazer uma determinada afirmação, ou estimar um valor, ou “chutar” uma probabilidade de ocorrência de um evento. Um dos questionamentos feitos foi:

Qual a probabilidade de chover no dia 25 de dezembro (Natal) na cidade de Lavras?

E na cidade de Rabat, no Marrocos?

A idéia foi discutir com os professores que, por serem residentes em Lavras e terem ciência das condições meteorológicas de anos anteriores no mesmo período, eles tinham melhores condições de estimar uma probabilidade, em detrimento de uma estimativa para uma cidade da qual, no máximo, já se ouviu falar (Rabat).

Partiu-se, então, de situações simples como esta até algumas mais elaboradas, apenas no intuito de mostrar que o conceito de informação a priori pode auxiliar em situações com diferentes graus de complexidade.

Para apresentar a Probabilidade Condicional, adotou-se, inicialmente, uma seqüência de ensino, aproveitando os dados dos próprios professores da Oficina para elaborar a seguinte tabela de dupla entrada (Tabela III):

TABELA III
Dados referentes ao gênero e ao tipo de escola
dos professores do ensino Fundamental II

Escola	Sexo	
	Feminino	Masculino
Pública	12	2
Privada	3	4

Foi pedido aos professores que calculassem as probabilidades de um professor ser: a) homem; b) da rede pública; c) mulher e da escola pública; d) homem ou da escola privada; e) da rede pública dada que é mulher. De fato, a preocupação não era apenas com os resultados, uma vez que, em termos de conhecimento, estava sendo exigido apenas o conceito de probabilidade, as operações de união e interseção, bem como o cálculo da probabilidade condicional. O foco maior foi observar as estratégias de raciocínio desenvolvidas, pois estas poderiam mostrar, indiretamente, a linha metodológica adotada por esses professores na sua prática de sala de aula.

Tendo como base as análises dessas estratégias, foi discutida com os professores a importância de mostrar aos alunos que a utilização de uma simples tabela de dupla entrada pode determinar probabilidades simples, compostas, condicionais, mesmo sem o conhecimento prévio das fórmulas. Ou seja, que é possível que o aluno chegue a diversas conclusões usando apenas o raciocínio probabilístico, para depois formalizar a teoria. Verificou-se também com os professores que o grau de aprofundamento dos conceitos dependeria do nível cognitivo dos alunos; e que o elo entre teoria e prática poderia ser apresentado inicialmente para os alunos em forma de alguns questionamentos, por exemplo: *Como incorporar uma informação a priori no cálculo das probabilidades? Será que os eventos tipo de escola e gênero são considerados dependentes ou independentes?*

Nas demais seqüências de ensino, foi utilizado esse mesmo procedimento metodológico: primeiramente a resolução dos problemas, a princípio sem uso de fórmulas (apesar de que em nenhum momento foi feito esse tipo de recomendação, ou seja, os professores ficaram livres de qualquer regra), depois a formalização dos conceitos e por fim as mais diversas discussões com os professores, por exemplo, sobre as reais possibilidades de aplicação da atividade, a importância da adequação para cada ano escolar e a exploração da interdisciplinaridade.

Após esse momento, foi apresentada outra sequência de ensino, sendo distribuído um dado por dupla, para responderem a duas questões. Como exemplo de uma delas, cita-se:

Dado que o número que saiu é par (evento A), qual é a probabilidade de ele ser um número primo (evento B)? Calcule também a probabilidade no lançamento do dado obter-se um número primo?

Como já tinha sido feita toda uma discussão metodológica sobre probabilidade condicional na sequência de ensino anterior, os resultados apresentados por eles, nessa etapa, foram considerados satisfatórios, sendo que foram abordados também os conceitos de eventos dependentes e independentes.

Já para apresentar o teorema de Bayes, foi utilizada, como exemplo, uma tabela de dupla entrada com a seguinte contextualização:

Suponha que 300 mulheres, que suspeitavam estarem grávidas, fizeram o teste para diagnosticar a gravidez com os seguintes resultados (Tabela IV).

TABELA IV
Resultados do teste de gravidez de 300 mulheres
Fonte: (Cazorla e Silva, 2006b, p.61)

Grávida	Diagnóstico		Total
	Positivo	Negativo	
Sim	216	24	240
Não	18	42	60
Total	234	66	300

Sendo apresentado aos professores o seguinte questionamento:

Para o nosso exemplo, dado que você recebeu o laudo do teste e o resultado é positivo, qual é a probabilidade de que o laudo esteja errado?

Utilizando apenas as informações da tabela, foram calculadas todas as probabilidades de forma intuitiva, por exemplo, a probabilidade de que o resultado dê positivo, dado que a mulher está grávida. Assim foi o procedimento até a determinação da probabilidade de interesse. Apenas ao final foi apresentado o teorema de Bayes, culminando com uma nova sequência de ensino com um problema similar sobre câncer de mama apresentado por Pena (2006).

Para finalizar, discutiram-se as reais possibilidades da aplicação desses conceitos para o nível fundamental II, bem como o desenvolvimento de trabalhos interdisciplinares. Diante do exposto, a maioria dos professores concluiu que os temas são pertinentes e, dependendo da turma, podem ser trabalhados até mesmo sem a apresentação das fórmulas para as séries iniciais. A exceção foi apenas o Teorema de Bayes, que foi considerado complexo até mesmo para eles.

Vale salientar que, ao final do primeiro e do segundo encontro, foram realizadas duas sequências extras de ensino, envolvendo o conceito de probabilidade geométrica⁴, bem como um confronto de resultados com a probabilidade frequentista: o clássico problema da agulha, de Buffon (Tunala, 1995) e o problema do macarrão (Wagner, 1997). Aproveitou-se também a oportunidade para reforçar e ou explorar conceitos como amostra, estimativa, aleatoriedade e simulação.

6.5. *Análise a posteriori*

Destaca-se que, a princípio, o propósito da oficina pedagógica era apenas apresentar sequências de ensino que pudessem auxiliar os professores na sua prática em sala de aula, não se tendo como hipótese inicial, apesar dos apontamentos de pesquisas anteriores (ora citadas no texto), que os encontros tomassem o formato de uma formação continuada.

Mas a partir do pré-teste, foi possível observar que, a princípio, a maioria dos professores não tinha conceitos de amostragem bem definidos, bem como não tinha discutido o uso de intervalos de confiança para a tomada de decisões e o impacto da incorporação de uma informação prévia no cálculo de probabilidades.

Além dessa verificação formal, foram obtidos relatos orais e escritos de autoavaliação, bem como o acompanhamento das tarefas realizadas pelo professores durante as oficinas. Assim foi possível perceber as dificuldades apresentadas por esses professores e o amadurecimento em relação a alguns aspectos discutidos durante os encontros, bem como uma maior motivação deles em trabalhar com esses conteúdos em sala de aula.

Tais percepções a respeito das mudanças e a motivação dos professores se devem ao fato de que todos os participantes mostraram-se bastante envolvidos

⁴ Nesta concepção de probabilidade, os espaços amostrais são descritos por figuras geométricas, sendo não-enumeráveis, podendo ser finitos, como no caso da região delimitada por um quadrado ou um cubo; ou infinitos como a região delimitada por duas retas (Tunala, 1995).

nas discussões. Num primeiro momento, identificou-se uma atitude mais reservada com menor exposição dos participantes em relação ao conteúdo que estava sendo abordado. Já num segundo momento, percebeu-se que os integrantes foram construindo coletivamente os conhecimentos que lhes faltavam para sua atuação como professores de Matemática no que diz respeito a conhecimentos estatísticos.

Outra forma de verificação do aproveitamento dos professores no curso, foi ao final de cada um dos encontros, em que os professores responderam as mesmas questões do pré-teste, ou seja, o pós-teste, sendo possível perceber uma sensível melhora na interpretação desses assuntos. Por exemplo, retomando a primeira questão, em que foi perguntado “Você considera que o resultado possa ser estendido como uma opinião de todos os brasileiros? Justifique sua resposta”, no pré-teste 7 professores responderam que sim, com justificativas por exemplo: “pegou uma amostra”, “por ser uma pesquisa”, Mesmo entre os 14 que responderam não (resposta correta), algumas respostas foram consideradas inconsistentes: “porque as decisões podem mudar”, “a amostragem é muito pequena”. No pós- teste apenas 1 professor respondeu sim, e as respostas dos 20 professores que disseram não, já foi mais consistente do que no pré-teste, por exemplo, “pois a pesquisa está com uma amostra direcionada”.

Como a oficina passou a ter um caráter também formativo, foi solicitada uma avaliação, em forma de questionário, de alguns aspectos pedagógicos da oficina e dos prelecionistas, cujos resultados são apresentados na Tabela V.

TABELA V
Resultados da avaliação da oficina pedagógica ministrada
para 21 professores de Matemática.

Perguntas	Ótimo (%)	Bom (%)	Regular (%)
Aplicação prática do conteúdo, motivação.	66,67	33,33	-
Repasse do conteúdo com clareza.	71,43	28,57	-
Domínio de conteúdo dos palestrantes.	80,95	19,05	-
Preocupação com o aprendizado da turma.	85,71	14,29	-
Comunicação e relacionamento com a turma.	80,95	19,05	-
Indique seu grau de aprendizagem com a aula.	38,10	57,14	4,76
A escolha dos conteúdos foi adequada	66,67	33,33	-

Nessa mesma avaliação, além das questões apresentadas na Tabela V, os professores deram algumas sugestões. A maioria pediu que fossem ministrados novos cursos com conteúdos relacionados à estatística, priorizando o caráter interdisciplinar e reforçando a necessidade de atualização dos professores de Matemática. Um depoimento de um dos professores é transcrito a seguir:

“O curso foi muito interessante, para alertar sobre informações recebidas no dia a dia, por meio de revistas e meios de comunicação, fazendo com que nos tornemos cidadãos mais participativos e com consciência crítica. E o mais importante foi a atualização para empregarmos os resultados como docentes”.

7. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

As questões de pesquisa apresentadas na Introdução tiveram então uma resposta nesta pesquisa delineada conforme a síntese abaixo:

- (i) Como vêm sendo ensinadas a Estatística e a Probabilidade no fundamental II? O que os professores abordam?

Com a avaliação do questionário aplicado na primeira etapa desta pesquisa, foi possível verificar o que e como vêm sendo abordados tópicos de Estatística e de Probabilidade por professores de Matemática do ensino fundamental II de Lavras. Por exemplo, detectou-se que, no processo de ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade, utilizam-se apenas os livros didáticos, com exercícios que enfatizam a manipulação de fórmulas, a descrição de informações nas tabelas e gráficos, ou seja, priorizando apenas o tratamento dos dados de forma tecnicista, sem uma exploração investigativa.

De acordo com os próprios professores, não tem sido feita uma abordagem que atenda às demandas de leitura e interpretação crítica das informações estatísticas, bem como os componentes do modelo de letramento estatístico proposto por Watson (2006a), principalmente no que se refere ao trabalho com inferência informal. Observou-se também que, no processo de formação desses professores, eles cursaram apenas uma disciplina de Estatística, em que não foram discutidos aspectos relacionados à didática. Por outro lado, os professores se sentiam estimulados a participar de cursos de formação continuada, bem como consideraram que a Estatística seja de fato importante para a formação do cidadão.

- (ii) Que tipo(s) de proposta(s) pedagógica(s) pode(m) auxiliar os professores para uma abordagem exploratório-investigativa de conceitos estatísticos e probabilísticos com os seus alunos?

Em relação à segunda etapa de pesquisa, numa avaliação globalizada das respostas do pré-teste, foi possível elaborar dois encaminhamentos na condução da oficina pedagógica. O primeiro encaminhamento foi discutir inicialmente com os professores as particularidades do raciocínio estatístico em detrimento de uma concepção estritamente determinística, com um raciocínio matemático formal e cartesiano, apresentados por eles nas respostas do teste. O segundo encaminhamento foi que alguns conceitos estatísticos e probabilísticos deveriam ser apresentados de forma mais detalhada e bem discutidos durante a oficina pedagógica, o que acabou sendo caracterizado como um curso de formação continuada.

Ao longo dos três encontros realizados, observou-se um “amadurecimento” e adequação do raciocínio estatístico e motivação crescente para trabalhos interdisciplinares. Foi discutida também a ideia de que é possível trabalhar os conteúdos estatísticos e probabilísticos no ensino fundamental II com sequências de ensino que privilegiam a reflexão e a compreensão dos conceitos abordados numa perspectiva exploratória-investigativa, e não somente o uso de fórmulas (muitas vezes até sem significado para os alunos).

Durante os encontros, a partir das discussões coletivas com os professores, verificou-se a necessidade de desenvolver um projeto de pesquisa do tipo ação crítica. Além da necessidade de planejar mais oficinas pedagógicas de Estatística, visando a promover de fato uma formação continuada aos professores de Matemática em exercício.

Por fim, espera-se também que pesquisas nessa área de Educação Estatística propiciem um debate mais aprofundado sobre maneiras de motivar e preparar os futuros professores nos cursos de Licenciatura de Matemática. Entende-se que, ao trabalhar com os professores, com todos os aspectos relacionados ao ensino de Estatística, tornar-se-á mais factível alcançar o maior objetivo, que é o de promover o letramento estatístico dos alunos ainda no âmbito escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C y Godino, J.(2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education* 12 (1).. Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.
- Ben-Zvi, D.; Makar, K.; Bakker, A. & Aridor, K. (na imprensa). Children's emergent inferential reasoning about samples in a inquiry-based environment. *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Polônia: University of Rzeszów.
- Brasil, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. (1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática (National Curricular Parameters: mathematics)*. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental. Retirado do <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>.
- Cazorla, I. (2006a). Teaching Statistics in Brazil. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.
- Cazorla, I e Silva, C.B. (2006b). Apostila de Educação Estatística. Retirado do <http://www.socio-estatistica.com.br/>.
- Contreras, J.M.; Batanero, C.; Díaz, C. & Fernandes, J.A. (na imprensa). Prospective Teachers' commom and specialized knowledge in a probability task. In T. Rowland et al. (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Polônia: University of Rzeszów.
- Cordani, L. K (2002) *Estatística para todos*. Salvador, BA. Retirado do www.bienasbm.ufba.br/OF14.pdf.
- Coutinho, C. Q. S. (2004) Estatística e Probabilidade no Currículo da Escola Básica. *Anais VII Encontro Paulista de Educação Matemática*, São Paulo, SP, Brasil.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- Gattuso, L. & Pannone, M. A. (2006) Teacher's Training in a Statistics Teaching Experiment. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Flores, P. (1998). Contextualising didactical knowledge on stochastics in mathematics teacher's training. In: A. Olivier & K. Newstead (Eds), *Proceedings of the 22 nd International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. University of Stellenbosch, South Africa.
- Innabi, H. (2006) Teaching Statistics for Critical Thinking. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.

- Kataoka, V.Y.; Silva, C. B. da; Vendramini, C. & Cazorla, I. (na imprensa). Using a Rasch Credit Model to analyze the responses of brazilian undergraduate students to a statistics questionnaire. In T. Rowland et al. (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Polônia: University of Rzeszów.
- Kataoka, V. Y. e Cazorla, I. (2010) Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico. In: I. M. Cazorla & E. Santana. (Org.). *Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico* (pp. 145-152). Itabuna, BA: Via Litterarum.
- Lopes, C. A. E. (1998). *A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Lopes, C. A. E. e Moran, R. C.C.P. (1999). *A estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. Anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística – Desafios para o século XXI*, Florianópolis,SC, Brasil.
- Lopes, C. A. E. (2003). *O Conhecimento Profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Meletiou, M. e Papiastodemou, E. (na imprensa). Developing an online community of teaching practitioners: a case study. In T. Rowland et al. (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Polônia: University of Rzeszów.
- Mendes, C. R. e Brumatti, R.N.M. (2003) Parâmetros Curriculares e acadêmicos em ação: uma proposta para o ensino de estatística através de projetos. *Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Blumenau, Brasil.
- Minas Gerais (2004). *Projeto Escolas-Referência – Proposta Curricular de Matemática. Ensino fundamental 5ª a 8ª série e Ensino Médio*, Belo Horizonte: Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais.
- Morin, A. (2006) How far can we go in the Statistics Curriculum Development at the Secondary School Level to reach successfully the objective? In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.
- Muniz, C.A. e Gonçalves, H.J.L (2005). A Educação Estatística no Ensino Fundamental: Discussões sobre a Práxis de Professores que ensinam Matemática no interior de Goiás. *Educação Matemática em Revista* 12 (18/19), 26-33.
- Nicholson, J.; Road, C. & Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher? *Proceedings of the 54th Session International Statistical Institute*, Berlin. Alemanha:: International Statistical Institute. Retrieved from: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=3>.
- Peck, R. & Gould, R. (2005). Preparing secondary teachers to teach statistics: A distance education model. *Proceeding of the 55th Session International Statistical Institute*, Sydney, Australia: International Statistical Institute. Retrieved from: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=3>.
- Pena, S.D. (2006). Thomas Bayes: O Cara!. *Revista Ciência Hoje* 38(228), 22-29.
- Pereira, B. de B. (1985). *Estatística: A Tecnologia da Ciência*. Ciclo de Palestras “Ciências às 6 1/2”. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *The origin of the idea of chance in children*. New York: Norton.

- Ponte, J. P da e Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: análise comparativa de três países. *Quadrante* 10(1), 93-115.
- Reid, J. & Reading, C. (2008). Measuring the Development of students' consideration of variation. *Statistics Education Research Journal* 7(1), 40-59.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan.
- Triola, M. F. (1999). *Introdução à Estatística* (7ª ed.). Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora.
- Tunala, N. (1995). Determinação de probabilidades por métodos geométricos, *Revista do Professor de Matemática* 20, 16-22.
- Viali, L. (2008) O ensino de Estatística e Probabilidade nos cursos de licenciatura em Matemática. *Anais do 18º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística*. Estância de São Pedro, SP: Associação Brasileira de Estatística.
- Wagner, E. (1997). Probabilidade Geométrica – O problema do macarrão e um paradoxo famoso, *Revista do Professor de Matemática* 34, 28-35.
- Wallman, K.K. (1993) Enhancing statistical literacy: enriching our society. *Journal of the American Statistical Association* 88 (421), 1-8.
- Watson, J. (2006a). *Statistical literacy at school: growth and goals*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, J. (2006b). Professional development of Teachers using CD-ROM technology. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Association for Statistical Education.
- Watson, J. (2008). Exploring beginning inference with novice grade7 students. *Statistics Education Research Journal* 7(2), 59-82.
- Wild, C., Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review* 67 (3), 223-265.

Autores:

Veronica Yumi Kataoka. Universidade Bandeirante de São Paulo. veronicayumi@terra.com.br

Anderson Castro Soares de Oliveira. Universidade Federal do Mato Grosso. andersoncso@gmail.com

Ademária Aparecida de Souza. Universidade Federal de Alagoas. ademariasouza@yahoo.com.br

Adriano Rodrigues. Centro Universitário do Sul de Minas e Fundação Educacional de Oliveira. adrianorodrigues155@yahoo.com.br

Marcelo Silva de Oliveira. Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Exatas. marcelo.oliveira@dex.ufla.br